Занимательный компьютер

Клеточная вселенная и ее развитие во времени и пространстве

А. К. ДЬЮДНИ

«Клеточные автоматы — это стилизованные, синтетические вселенные... У них свой вид материи, кружащейся в своем пространстве и времени».

Т. Тоффоли и Н. Марголас,
Машины на клеточных автоматах

Некоторые математические системы, хотя имеют простое описание, способны порождать миниатюрные вселенные невероятной сложности. Эти меры не доступны ни телескопам, ни космическим кораблям, их можно исследовать только с помощью компьютеров. Одним из примеров является множество Мандельброта (о котором уже неоднократно писалось в статьях нашей рубрики). Элементы множества определяются путем итерирования простых арифметических операций, однако, когда результаты появляются на компьютерном экране, мы видим потрясающие по сложности изображения. Клеточные автоматы порождают, по-видимому, еще более удивительные миры, потому что, подобно нашему, они изменяются во времени.

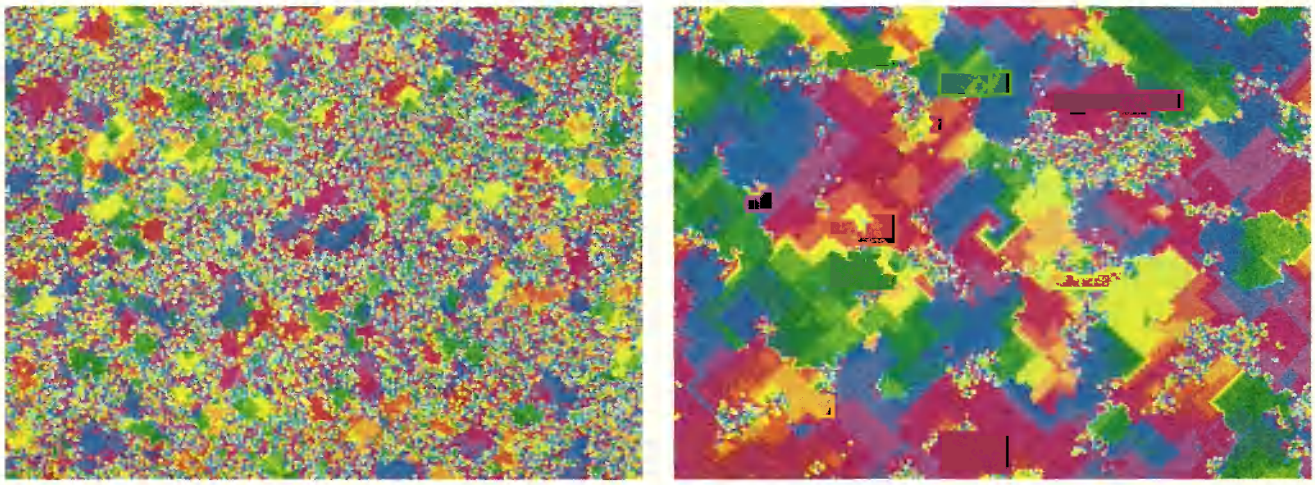
Ну а самый лучший пример такой миниатюрной вселенной дает нам новый тип клеточного автомата, открытый Дейвидом Гриффитом из Висконсинского университета в Мадисоне. Стартуя из произвольно выбранного исходного состояния, автомат демонстрирует четыре различные фазы, завершающиеся причудливыми кристаллическими образованиями, сильно напоминающими примитивные формы жизни.

Клеточный автомат состоит из бесконечной решетки клеток, каждая из которых находится в одном из нескольких возможных состояний. Каждая клетка меняет свое состояние синхронно с очередным тактом воображаемого часового механизма и в соответствии с набором несложных правил. Реализованные на компьютере клетки представляют собой пикселы (точечные элементы изображения) на экране; различным состояниям клеток соответствуют различные по окраске пикселы. При правильно выбранном наборе правил и исходных состояний компьютерный клеточный автомат может порождать чрезвычайно интересные цветные узоры, изменяющиеся во времени.

Изобретение Гриффита, которое я буду называть циклическим пространством и которое способно демонстрировать удивительные явления, представляющие научный интерес и необыкновенно красивое зрелище, основано на чрезвычайно простом правиле. Оно заключается в том, чтобы пронумеровать возможные состояния от 0 до $n - 1$ и считать, что если клетка находится на данном такте в состоянии k, то на следующем такте она должна «съесть» любые соседние клетки, находящиеся в состоянии $k - 1$. Съедание проявляется в том, что съеденная соседняя клетка переходит из состояния $k - 1$ в состояние k. Это правило напоминает действующую в природе систему поедания высшим существом низшего: клетка в состоянии 2 может съесть клетку в состоянии 1, в то время как последняя поедает клетки в состоянии 0. Однако в циклическом пространстве эта цепочка не имеет конца, потому что клетка в состоянии 0 может поедать соседние клетки в состоянии $n - 1$.

На основе этого одного простого правила циклическое пространство способно превращать случайное распределение окрашенных точек в стабильные спиралевидные образования. Исходную хаотическую стадию Гриффит называет «осколками» — и не без оснований: на начальном этапе циклическое пространство выглядит как беспорядочная свалка предметов неправильной формы. Однако через какой-то промежуток времени осколки сменяются маленькими капельками, по которым пробегают внутренние цветовые волны. Капельки растут, пока не заполнят все циклическое пространство. В этот момент начинают выкристаллизовываться спиралевидные объекты, изящные структуры, питающиеся в ходе непрерывного вращения.

Каждая спираль возникает из того, что Гриффит называет дефектом —



Циклическое пространство с 14 состояниями в фазе осколков (слева) *и капель* (справа)

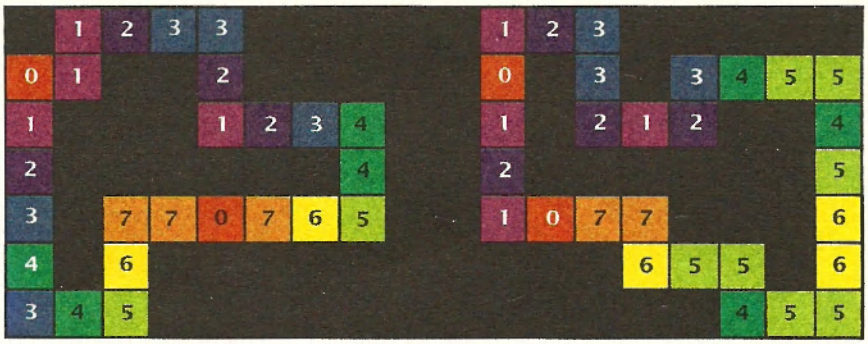
этот термин заимствован из кристаллографии. Спирали растут медленно и величественно, но в конце концов им становится тесно и они начинают бороться за жизненное пространство. Одни уступают в борьбе, другие же продолжают доминировать вплоть до заключительной фазы в развитии циклического пространства. Такие долгоживущие спирали Гриффит называет демонами.

Независимо от того, велико или мало количество возможных состояний, развитие всегда идет по одному и тому же сценарию: осколки сменяются капельками, затем появляются дефекты и демоны. Первые три фазы характеризуются свойством метастабильности: они удерживаются в течение большого количества циклов, прежде чем уступят место следующей фазе.

Рассмотрим циклическое пространство, обладающее двадцатью возможными состояниями. Почему первоначальное случайное распределение состояний оказывается метастабильным? Другими словами, почему требуется довольно длительное время, прежде чем обширные области на экране изменят свою мелкодисперсную хаотическую структуру? (Конечно, время от времени и на начальной стадии возникают пульсирующие капельки, но в целом они не меняют картины.)

На самом деле ответ тут очень простой. Скажем, если клетка находится в состоянии 5, то насколько велика вероятность, что по крайней мере одна из 4 соседних клеток будет в состоянии 4? Очевидно, невелика. При 20 дозволенных состояниях эта вероятность будет приблизительно равна 0,19. Но даже если одна из соседних клеток окажется «съедобной», велика ли вероятность, что на следующем такте либо у данной клетки, либо у «съеденной» по соседству окажется клетка в состоянии 4? Это вероятностное рассуждение объясняет картину, наблюдаемую на экране компьютера, когда циклическое пространство начинает эволюционировать от исходного случайного распределения клеточных состояний: после нескольких спорадических изменений циклическое пространство входит в состояние застоя.

Однако это не полный застой. Вспомним о нескольких изолированных капельках. По поверхности каждой капли прокатываются волны, которые, отражаясь от окружающих осколков, изменяют направление движения. Этот процесс, по-видимому, не только поддерживает жизнь в капельке, но и способствует ее росту: клетки из окружающих осколков вовлекаются в процессы, протекающие внутри капли. Увеличивающиеся капли постепенно сливаются друг с другом, оставляя все меньше рассеянных островков из осколков. Что заставляет капли расти?



Два цикла, один из которых (справа) *является дефектом*

Одним из факторов, гарантирующих постоянный рост капли, является наличие цикла: замкнутой цепочки клеток, в которой состояние каждой клетки отличается от состояния прилегающих к ней клеток не более чем на 1 (см. рисунок вверху). Таким образом, если взять любую клетку, принадлежащую циклу, то состояние следующей клетки можно получить прибавлением 1, −1 или 0 к состоянию данной. (Напомним, что в циклическом пространстве наивысшее состояние отличается от состояния 0 также на 1.) Если просуммировать по всей замкнутой цепи разности состояний при переходе от клетки к клетке, то окончательная сумма может получиться и не равной 0. Цикл, обладающий такой характеристикой, будет неопределенно долго поддерживать процесс роста капли. На самом деле это и есть дефект, основа третьей метастабильной фазы в развитии циклического пространства.

Клеточные процессы, обусловленные дефектом, отличаются от процессов, протекающих в бездефектном цикле. Дефект заставляет окружающие клетки изменять состояние в регулярном ритме. На компьютерном экране область, окружающая дефект, приобретает изящную спиральную геометрию. В конце концов все циклическое пространство (или по крайней мере та его часть, которая видна на экране) полностью покрывается такими спиралями.

Каким образом образуются дефекты по мере того, как циклическое пространство эволюционирует от исходного состояния, когда оно представляет собой «груду» осколков? Конечно же, дефект может существовать с самого начала клеточной вселенной. На самом деле, если учесть, что циклическое пространство бесконечно, то среди осколков статистически га-

Циклическое пространство в фазе дефектов

Циклическое пространство в заключительной фазе демонов

рантировано наличие дефектов. И все же дефекты обычно образуются там, где их раньше не было. Как? Я предлагаю читателям построить маленький прямоугольник из клеток, который на данный момент не содержал бы дефекта, но в дальнейшем породил бы его. Для этого нужно выработать некоторый несложный тест (конечно, не такой, который компьютер выполнял бы в течение долгого времени), определяющий области, где в дальнейшем должен появиться дефект.

Четвертую и последнюю фазу трудно визуально отличить от третьей. По словам Гриффита, некоторые дефекты оказываются «эффективнее» других в том отношении, что они действуют как часовой механизм с n состояниями: прохождение клеточных состояний по самому внутреннему циклу требует в точности n тактов. Спирали, движущиеся в более медленном ритме, поглощаются более эффективными спиралями. Такие эффективные спирали и являются демонами, которые населяют четвертую фазу циклического пространства. Они обустраиваются на вечное существование, отделяясь от соседних демонов невидимыми, но прочными барьерами.

Возможно Гриффит и не открыл бы циклическое пространство, если бы Норман Марголас и Томассо Тоффоли из Массачусетского технологического института не разработали машину на клеточном автомате (Cellular Automaton Machine), сокращенно CAM. Эта машина состоит из нескольких больших микросхем на плате, вставляемой в стандартные гнезда персонального компьютера. В интегральных микросхемах каждая клетка автомата представляется отдельной ячейкой памяти, содержимое которой изменяется с помощью специальных управляющих логических схем. При максимальном быстродействии CAM способна перевычислять клеточный массив размером 256 × 256 со скоростью 60 раз в секунду.

К сожалению, стоимость этого устройства довольно высока. Тем не менее читатели могут создать свою собственную модель циклического пространства (хотя и более медленную по сравнению с CAM) под названием DEMON, переведя приведенное ниже алгоритмическое описание на наиболее привычный для них язык программирования. В алгоритме используются два массива: *new* (новый) и *old* (старый), содержащие соответственно текущие и предшествующие состояния клеток циклического пространства.

```
repeat until нажата клавиша
for i ← 1 to 100
   for j ← 1 to 100
      for каждый сосед (k, l) клетки (i, j)
         if old (k, l) = old (i, j) + 1
            then new (i, j) ← old (k, l)
for i ← 1 to 100
   for j ← 1 to 100
      показать new (i, j)
      old (i, j) ← new (i, j)
```

Внешний цикл, заканчивающийся, когда пользователь программы DEMON нажимает определенную клавишу, управляет повторением основных циклов проверки и высвечивания состояний клеток. Разумеется, возможны и другие способы построения такого цикла. Читателям, компьютеры которых имеют небольшую память, мы советуем ограничиться сравнительно маленьким массивом клеток, скажем 50 × 50. В приведенных здесь двух внутренних циклах размеры клеточного массива предполагаются равными 100 × 100. Клетка с координатами (i, j) находится на пересечении i-й строки и j-го столбца.

В самом внутреннем цикле программы DEMON проверяется состояние каждой из четырех клеток, прилегающих к клетке (i, j). (Поэтому читателям в своих версиях алгоритма нужно включить инструкции, присваивающие значения $i - 1$ и $i + 1$ индексной переменной k, когда l равно j. Аналогичным образом, значения $j - 1$ и $j + 1$ должны быть присвоены l, когда k равно i.) Если состояние одной из соседних клеток оказывается на 1 больше состояния клетки (i, j), то клетка (i, j) должна быть съедена: ее состояние становится равным состоянию этой соседней клетки.

В программе DEMON при вычислении значений *old* $(i, j) + 1$ должно применяться сложение по модулю. Другими словами, если *old* (i, j) оказывается равным $n - 1$, т. е. наивысшему состоянию, то сумма *old* $(i, j) + 1$ должна быть равна 0. Следовательно, если число состояний было выбрано равным 10, то возможные состояния — это 0, 1, 2, ..., 9 и $9 + 1 = 0$. Если состояние клетки изменяется, то его новое значение нужно присвоить элементу массива *new* (i, j).

В двойном цикле, следующем за циклом проверки, высвечиваются все клетки, содержащиеся в массиве *new*, а в массиве *old* старые значения заменяются соответствующими значениями из *new*. Чтобы выяснить, как высвечивать клетки на компьютерном экране, читатели могут ознакомиться с описанием этой процедуры в наших предшествующих статьях, в частности в статье за прошлый месяц.

Арифметические операции должны выполняться по модулю не только по отношению к значениям состояния клеток, но и по отношению к индексным переменным i и j. Простейший способ создать иллюзию бесконечного пространства заключается в том, чтобы придать экрану свойство замкнутости. Клетки в крайне правом столбце считаются прилегающими к клеткам крайне левого столбца, а клетки нижней строки — прилегающими к клеткам верхней. Для этого нужно воспользоваться значениями индекса от 0 до 99, а не от 1 до 100. Таким образом, клетка, прилегающая справа к клетке (23,99), будет иметь координаты (23,0). Следовательно,

числа $i - 1$, $i + 1$, $j - 1$ и $j + 1$, являющиеся индексами соседей клетки (i, j), должны браться по модулю. В большинстве языков программирования существуют инструкции, которые делают это автоматически.

Конечно, программа DEMON должна позволять пользователю «инициализировать» клеточное пространство начальными значениями состояний. Для этого в алгоритме можно предусмотреть средство, позволяющее пользователю указать желаемое количество возможных состояний, а также организовать цикл, задающий каждой клетке пространства исходное, случайно выбранное состояние из допустимого диапазона чисел.

Каким же лучше всего выбрать число возможных состояний? Это зависит от того, как долго сможет ждать читатель, пока все четыре фазы не сменят друг друга на экране компьютера. Если число состояний очень велико, скажем больше 25, то случайно проинициализированный массив размером 100 × 100, вероятно, вообще не будет эволюционировать. С другой стороны, когда число состояний мало, то фазы сменяют друг друга слишком быстро, и это тоже не интересно. Гриффит рекомендует выбирать число состояний в интервале от 12 до 16.

Несколько месяцев назад я говорил, что собираюсь нанести визит в Висконсинский университет, чтобы рассказать о деятельности так называемой «мафии исследователей частиц», членом которой является также Гриффит. (Это название объясняется тем, что на раннем этапе область науки, изучающая системы частиц, была связана с именем Фрэнка Спитцера, математика из Корнеллского университета, т. е. из той местности, где (согласно голливудской легенде) скрывалась когда-то штаб-квартира мафии.) Публикации и лекции Спитцера, посвященные системам частиц, способствовали популяризации этой области науки в Северной Америке; аналогичную роль сыграла работа его коллеги Р.Л. Добрушина в Советском Союзе. Несколько студентов, учившихся у Спитцера в Корнеллском университете, а также ряд других его последователей занялись играми, основанными на системах частиц. Помимо Гриффита можно назвать также таких исследователей, как М. Брамсон (тоже из Мадисона), Р. Деррет из Корнеллского университета и Т. Лиггет из Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе.

Что же собой представляет система частиц? Обычно под такой системой подразумевается клеточный автомат, в котором в каждый момент лишь одна клетка может изменять свое состояние — зачастую случайным образом. Алгоритм диффузионно-ограниченной агрегации, описанный в нашей февральской статье, является одним из примеров. В данном случае единственная частица совершает случайное движение по решетке клеток до тех пор, пока не встретится с растущим агрегатом. Она застывает на месте, и в тот же момент другая частица начинает движение. Со временем агрегат всегда приобретает форму в виде дерева.

Системы частиц поставили перед исследователями ряд важных и трудных проблем, не последнее место среди которых занимает, в частности, вопрос, касающийся долговременной устойчивости определенных фаз, возникающих в ходе эволюции подобных систем. Хотя циклическое пространство и не относится к традиционным системам частиц, Гриффит считает, что оно по крайней мере дает модель локально периодических волновых объектов, которая, благодаря своим простым правилам, значительно легче поддается математическому изучению. И действительно, недавно он доказал теорему, которая дает для каждого возможного размера массива и числа состояний вероятность того, что циклическое пространство никогда не выйдет из своей первоначальной фазы осколков.

Ну а для нас с вами циклический клеточный автомат по крайней мере представляет возможность исследовать свойства миниатюрной вселенной. Конечно, она намного проще той Вселенной, в которой мы живем, но у нее есть свои неведомые нам красоты и удивительные явления.

НАША статья в июньском номере журнала, посвященная шутливой теме о получении материи из ничего, вызвала многочисленные отклики читателей. В статье рассматривались два метода получения «дополнительной» материи, оба основанные на парадоксах. Первый метод заключался в разрезании квадрата 8 × 8 дюймов на четыре части, из которых затем собирался прямоугольник размером 5 × 13 дюймов. Если эту операцию применить к квадрату, сделанному из золота, то можно было бы быстро обогатиться.

Большинство читателей решило «парадокс», тщательно изучив приведенный в статье чертеж. Собранный прямоугольник, конечно, был подделкой (на что явно указал Липоф). Если попытаться собрать из фрагментов квадрата прямоугольник, как показано на рисунке, то в его середине будет зазор. Его площадь в точности равна одному квадратному дюйму. Следовательно, первый «парадокс» вовсе не является парадоксом. Это старый трюк, с которым я впервые познакомился, прочитав очаровательную книгу Р. Рида «Танграммы».

Второй парадокс совершенно реален, даже если он, несмотря на утверждения Липофа, и не может быть применен для производства материи. Парадокс Банаха — Тарского гласит, что шар можно разрезать на конечное число фрагментов таким образом, что из них можно собрать другой сплошной шар вдвое большего объема! Восклицательный знак, поставленный мною, возможно покажется излишним тем читателям, которые отдают себе отчет, что эти «фрагменты» совсем не просты и их лучше описывать как математические множества.

Схема, иллюстрирующая описание парадокса, была заимствована из книги С. Вэйгона, сотрудника колледжа Смита, под названием «Парадокс Банаха — Тарского». На рисунке двумерное гиперболическое пространство проектируется на плоский круг двумя различными способами. Рисунок служит наглядной демонстрацией парадоксальной природы пространства. Показаны три множества, каждое из которых одновременно равно половине и третьей части пространства. Теорема, положенная в основу иллюстрации, была результатом совместной работы Вэйгона и Яна Мициельски из университета Колорадо в Боулдере.

В последнее время парадокс Банаха — Тарского стал привлекать внимание математиков в связи с работами Миклоша Лашковича из Будапештского университета (см. заметку в рубрике «Наука и общество» в сентябрьском номере нашего журнала). Лашкович доказал, что круг можно разложить на конечное число фрагментов (на самом деле это число меньше 10^{50}), а затем собрать из них квадрат той же площади.

Перед читателями книги Д. Шаши «Удивительные приключения доктора Экко» было поставлено 10 задач, решение которых давало право на титул «всеведущего», учрежденный самим доктором Экко. Победителями конкурса стали Ф. Гэлвин из Лоуренса (шт. Канзас) и Л. Брайт из Линкольна (шт. Небраска), который выиграл также главный приз, шахматный набор, присужденный ему по жребию.

Одна из задач этого конкурса заключалась в том, чтобы придумать оптимальное расположение комнат в антарктическом исследовательском центре. Здание должно состоять из 31 комнаты, каждая площадью 20 квадратных футов. Ни одна из комнат не

должна иметь больше 4 дверей, а толщину стенок можно считать пренебрежимо малой. Комнаты и двери должны быть расположены так, чтобы из любой заданной комнаты можно было перейти в любую другую, не проходя по пути более чем через 6 дверей.

Наилучшее решение прислал Б. Л. Платт из Вудз-Кросса (шт. У Юта). Читатели могут попытаться повторить решение Платта, воспользовавшись древовидной структурой. Возможно, придется поэкспериментировать с натуральной моделью, чтобы удостовериться в существовании разумного архитектурного решения. Может быть, нашим всемогущим архитекторам удастся и более оригинальная схема расположения, которая при тех же условиях может вместить больше чем 31 комнату. Решение можно посылать на адрес Д. Шаши, я же опубликую имя победителя в одном из следующих номеров журнала. Шаша работает в Математическом институте им. Куранта при Нью-Йоркском университете, на отделении информатики.

Наука и общество

Опечатки в отпечатках

Некая Вильма Понс и ее двухлетняя дочь 5 февраля 1987 г. были обнаружены зарезанными в своей квартире в Южном Бронксе. По подозрению в убийстве полиция арестовала их соседа Хосе Кастро. На браслете его часов оказалось пятно высохшей крови. Кровь послали для анализа в лабораторию фирмы Lifecodes Corporation в Валхалле (шт. Нью-Йорк) — одну из двух коммерческих лабораторий в США, применяющих в практических целях новый криминалистический метод, который можно назвать генетической дактилоскопией. Эта лаборатория дала однозначный ответ: кровь на часах Кастро и кровь Понс одна и та же. Однако в ходе предварительного слушания по делу Кастро, проведенного для того, чтобы убедиться в доверии научной общественности к новому криминалистическому методу, группа ученых, в том числе Э. Ландер из Института медико-биологических исследований Уайтхеда, который выступал как свидетель защиты, и Р. Робертс из Колд-Спринг-Харборской лаборатории, являвшийся свидетелем обвинения, предъявила претензии к заключению сотрудников фирмы Lifecodes Corporation. Ландер, Робертс и еще двое участвовавших в разбирательстве ученых пришли к выводу, отраженному в необычном совместном заявлении, что данные, полученные в Lifecodes Corporation, в научном смысле недостоверны. Между тем ожидалось, что в июле судья Дж. Шейндлин вынесет решение по делу Кастро именно на основании результатов генетической дактилоскопии.

После дела Кастро и нескольких других случаев, в которых выводы криминалистов, основанные на результатах анализа ДНК, были подвергнуты сомнению, общественность обеспокоилась тем, не слишком ли поспешно юридическая практика взяла на вооружение генетическую дактилоскопию. Широко разрекламированный метод уже послужил в США основанием для 200 обвинительных приговоров и нескольких оправдательных (согласно оценке П. Ньюфилда и Б. Шека, бывших защитниками в деле Кастро). Хотя никто не оспаривает эффективность анализа ДНК, высказываются опасения, что его используют неправильно и из-за неблагоприятной репутации метода от генетической дактилоскопии могут вообще отказаться.

По общему мнению, настоятельно необходимы стандарты. Группа специалистов шт. Нью-Йорк, собранная по этому вопросу, скорее всего потребует учредить консультативный комитет для надзора за качеством контрольных процедур при анализе ДНК; этот комитет выдавал бы криминалистическим лабораториям соответствующее официальное удостоверение. Национальная академия наук США предложила провести исследование, чтобы выработать инструкции, которыми можно было бы руководствоваться. Национальный институт юриспруденции и Федеральное бюро расследований, которые сначала отказались финансировать это исследование, в июне 1989 г. приняли решение поддержать его.

Генетическая дактилоскопия — в принципе прямой метод. Он базируется на том, что в человеческой ДНК имеются последовательности, которые несколько варьируют по длине у разных людей. ДНК расщепляют при помощи ферментов и разделяют фрагменты путем электрофореза в геле. Затем гель обрабатывают ДНК-пробами, несущими радиоактивную метку, причем в качестве проб берутся последовательности ДНК, комплементарные вариабельным участкам и потому связывающиеся с ними. Фрагменты, связавшие меченую пробу, выявляются на рентгеновской пленке в виде темных полос, положение которых соответствует длине фрагментов. Зная закономерности популяционной генетики и характеристики ДНК в конкретной популяции, можно рассчитать, как часто встречается данный аллель определенного фрагмента в этой популяции. Если число проб достаточно велико, вероятность того, что у двух индивидов «отпечатки пальцев» ДНК совпадут, очень мала. Однако в криминалистике результат анализа ДНК может оказаться трудно интерпретируемым. На конференции, состоявшейся осенью 1988 г. в Центре Бэнбери в Колд-Спринг-Харбор, молекулярные биологи, статистики, работники органов правосудия и юристы обсуждали критерии, которыми следует руководствоваться при принятии решения об идентичности образцов ДНК на основании визуального сравнения рентгеновских пленок и расчета молекулярных масс фрагментов по положению в геле с помощью компьютера. Участники конференции подчеркнули необходимость контроля, поскольку фрагменты одного размера по разным «дорожкам» могут перемещаться с различной скоростью, что приводит к сдвигу полос. Кроме того, важно помнить, что материал, используемый для получения образцов ДНК, нередко претерпевает деградацию, а из-за этого картина может оказаться смазанной, могут появляться лишние полосы.

В единственной на сегодняшний день профессиональной проверке криминалистического анализа ДНК, осуществленной в 1987 г. Ассоциацией директоров лабораторий криминалистики шт. Калифорния, в фирму Lifecodes Corporation передали 51 пару образцов ДНК; из них в 37 случаях был дан правильный ответ, а в 14 результат получился неубедительным. Второй американской фирме, коммерчески занимающейся анализом ДНК для криминалистических целей, — Cellmark Diagnostics в Джермантауне (шт. Мэриленд) — было послано 49 пар образцов; в этой лаборатории в 44 случаях получился правильный ответ и в одном случае — ошибочный.

Хотя, если судить по этой проверке, фирма Lifecodes Corporation дает как будто надежные заключения, в деле Кастро всплыли некоторые обстоятельства анализа, заставляющие усомниться в его результатах. Чтобы определить, принадлежит ли убитой кровь на часах подозреваемого, была использована ДНК-проба на один из локусов Y-хромосомы, а в качестве контроля взяли женскую ДНК; контроля же с мужской ДНК, чтобы убедиться, что данная проба «работает», сделано не было. Защита предъявила